

1. TRAVE-02

Progettazione di sezione della trave in flessione, taglio e
(EC2 EN1992-1-1:2004, UNI EN1990-1-1:2004,)

$b \times h = 0.300 \times 0.500$ m, $M_{ed} = 100.00$ kNm,

$b_{eff} = 1.200$ m, $h_f = 0.200$ m

$V_{ed} = 70.00$ kN, $N_{ed} = 10.00$ kN

Classe del CA : C25/30-B450C (EC2 §3)

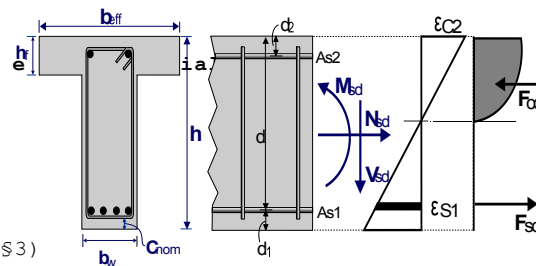
Classe di esposizione ambientale : XC2 (EC2 §4.4.1)

Copriferro : $C_{nom} = 30$ mm (EC2 §4.4.1)

$\gamma_c = 1.50$, $\gamma_s = 1.15$ (EC2 Tabella 2.1N)

$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \times 25 / 1.50 = 14.17$ MPa (EC2 §3.1.6)

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 450 / 1.15 = 391$ MPa (EC2 §3.2.7)



1.1. Dimensioni e carichi

Larghezza trave web $b_w = 0.300$ m, altezza trave $h = 0.500$ m

Larghezza effettiva $b_{eff} = 1.200$ m, spessore soletta $h_f = 0.200$ m

Spessore efficace della sezione $d_1 = C_{nom} + \phi_s + 0.5\phi = 30 + 8 + 0.5 \times 16 = 46$ mm, $d_2 = 46$ mm, $d = 500 - 46 = 454$ mm

Stato limite ultimo (SLU)

Momento $M_{ed} = 100.00$ kNm, Forza di taglio $V_{ed} = 70.00$ kN, Forza assiale $N_{ed} = 10.00$ kN (trazione)

Stato limite di Esercizio (SLE)

Momento $M_{ed} = 70.00$ kNm, Forza di taglio $V_{ed} = 7.00$ kN, Forza assiale $N_{ed} = 7.00$ kN (trazione)

1.2. Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per flessione con forza assiale (EC2 §6.1, §9.2.1)

Armatura per flessione con forza assiale (solo l'armatura in trazione è necessaria)

Dimensionamento per flessione: Allgower, G.-Avak, R. Bemessungstabellen nach Eurocode 2 für Rechteck und Plattenbalkenquerschnitte, In: Beton - und Stahlbetonbau 87 (1992)

$M_{ed} = 100$ kNm $N_{sd} = 10$ kN $b_{eff} = 1200$ mm $d = 454$ mm $K_d = 5.02$ $x/d = 0.06$ $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -1.2/20.0$ $k_s = 2.61$,

$A_{s1} = 5.89 \text{ cm}^2$

$x = 0.06 \times 454 = 27 < h_f = 200$ mm asse neutro nello spessore della flangia superiore

Armat. minima longitudinale in trazione, $A_s \geq 0.26 b d \cdot f_{ctm} / f_{yk}$, ($A_{s,min} = 2.05 \text{ cm}^2$) (EC2 §9.2.1.1.1)

Armat. massima in trazione o compressione, $A_s \leq 0.04 A_c$, ($A_{s,max} = 60.00 \text{ cm}^2$) (EC2 §9.2.1.1.3)

Armatura longitudinale: 4Ø14 (6.16 cm^2) (basso)

1.2.1. Portata del momento ultimo della sezione

(EC2 EN1992-1-1:2004, §6.1)

$b = 300$ mm, $h = 500$ mm, $d = 454$ mm, $A_{s1} = 616 \text{ mm}^2$, $A_{s2} = 0 \text{ mm}^2$

$\epsilon_{c2} = -3.50$ ‰, $\epsilon_{s1} = 19.18$ ‰, $A_{s1} / (b \cdot d) = 0.00453$ (0.453%)

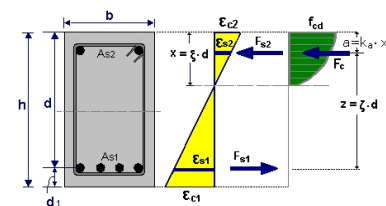
$x/d = \epsilon_{c2} / (\epsilon_{c2} + \epsilon_{s1}) = 3.50 / (3.50 + 19.18) = 0.154$, $x = 70.1$ mm

$\alpha_r = 0.810$, $k_a = 0.416$, $F_c = \alpha_r \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = F_{s1} = 241.10$ kN, $A_{s1} = F_{s1} / f_{yd} = 617 \text{ mm}^2$

$z = d - k_a \cdot x = ([1 - k_a \cdot \epsilon_{c2} / (\epsilon_{c2} + \epsilon_{s1})] d)$, $z/d = 1.0 - 0.416 \times 0.154 = 0.936$, $z = 424.9$ mm,

$K_d^2 = 1 / (0.810 \cdot 0.154 \cdot 0.936 \cdot 14.17) = 0.604 \text{ mm}^2/\text{N}$, $K_d = 0.777$

Resistenza alla flessione $M_r = b \cdot d^2 / K_d^2 = 0.000001 \times 300 \times 454^2 / 0.604 = 103.00$ kNm



1.3. Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per rottura a tagli (EC2 EN1992-1-1:2004, §6.2, §9.2.2)

Resistenza a taglio senza armatura a taglio V_{rdc} (EC2 §6.2.2)
 $V_{rdc} = [C_{rdc} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{0.33} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$ (EC2 Eq.6.2.a)
 $V_{rdc} > (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$ (EC2 Eq.6.2.b)
 $C_{rdc} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.50 = 0.120$, $f_{ck} = 25.00 \text{ MPa}$, $b_w = 300 \text{ mm}$, $d = 454 \text{ mm}$
 $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$, $k = 1.66$, $k_1 = 0.15$
 $\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d) = 616 / (300 \times 454) = 0.0045$
 $\sigma_{cp} = N_{ed} / A_c = -1000 \times 10.00 / 330000 = -0.03 \text{ N/mm}^2$
 $v_{min} = 0.035 \cdot k^{1.50} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.37 \text{ N/mm}^2$ (EC2 Eq.6.3N)
 $V_{rd, c (min)} = 0.001 \times (0.37 - 0.15 \times 0.03) \times 300 \times 454 = 49.78 \text{ kN}$
 $V_{rdc} = 0.001 \times [0.120 \times 1.66 \times (0.45 \times 25.00)^{0.33} - 0.15 \times 0.03] \times 300 \times 454 = 60.18 \text{ kN}$
 $V_{ed} = 70.00 \text{ kN} > V_{rdc} = 60.18 \text{ kN}$, **Ved > Vrdc armatura a taglio necessaria**

Capacità del puntone di CLS V_{rdmax} (EC2 §6.2.3 Eq.6.9)
 $V_{rdmax} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_l \cdot f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta)$, $V_{ed} / \max(V_{rdmax}) = 0.15$, $\theta = 21.8^\circ$, $\cot \theta = 2.50$, $\tan \theta = 0.40$
 $\alpha_{cw} = 1.00$, $z = 0.9d$, $f_{ck} = 25.0 \leq 60 \text{ MPa}$, $v_l = 0.6 [1 - f_{ck} / 250] = 0.6 [1 - 25 / 250] = 0.540$, $f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$
 $V_{rdmax} = 0.001 \times 1.00 \times 300 \times 0.9 \times 454 \times 0.540 \times 14.17 / 2.90 = 323.4 \text{ kN}$
 $V_{ed} = 70.0 \text{ kN} < 323.4 \text{ kN} = V_{rdmax}$, la verifica è soddisfatta

Armatura a taglio delle staffe verticali (EC2 §6.2.3 Eq.6.8)
 $V_{rds} = (A_{sw} / s) \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$, $V_{rds} = 70.00 \text{ kN}$, $z = 0.9d$, $f_{ywd} = 0.8 f_{yk} = 360.00 \text{ N/mm}^2$, $\cot \theta = 2.50$
 $A_{sw} / s = V_{rds} / (z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta) = (1.0 \text{ E} + 006) \times 70.00 / (0.9 \times 454 \times 360 \times 2.50) = 190 \text{ mm}^2 / \text{m}$ ($A_{sw} / s = 1.90 \text{ cm}^2 / \text{m}$)
 Armatura a taglio richiesta: ($A_{sw} / s = 1.90 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

Staffe minimi per armatura a taglio (EC2 §9.2.2)
 Rapporto minimo di armatura a taglio $\rho_{w, min}$ (EC2 Eq.9.5N)
 $\rho_{w, min} = (0.08 \times (f_{ck})^{0.5} / f_{yk})$, $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$, $\rho_{w, min} = 0.0009$
 $\min A_{sw} / s = 10 \times 0.0009 \times 300 \times \sin(90^\circ) = 2.70 \text{ cm}^2 / \text{m}$

Distanza massima longitudinale dei staffe $s_{lmax} = 0.75d$ ($\leq 600 \text{ mm}$) = 340 mm (EC2 §9.2.2.6, Eq.9.6N)
 Distanza massima trasversale delle staffe $s_{tmax} = 0.75d$ ($\leq 600 \text{ mm}$) = 340 mm (EC2 §9.2.2.8, Eq.9.8N)

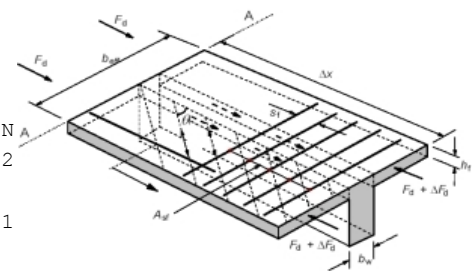
Armatura minima a taglio staffe $\emptyset 8/34.0$ ($A_{sw} / s = 2.96 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

Armatura a taglio: staffe $\emptyset 8/34.0$ ($A_{sw} / s = 2.96 \text{ cm}^2 / \text{m}$)

1.4. Taglio tra anima e flange

(EC2 EN1992-1-1:2004, §6.2.4)

$F_c = F_s = 0.001 \times 616 \times 391 = 241 \text{ kN}$
 $\Delta F_d = F_c \cdot (b_{eff} - b_w) / (2b_{eff}) = 241.0 \times (1200 - 300) / (2 \times 1200) = 90 \text{ kN}$
 Luce della trave $L = 4.00 \text{ m}$, $\Delta x = 1.00 \times 4.00 / 4 = 1.00 \text{ m}$ (EC2 §5.3.2.1)
 $V_{rdmax} = v \cdot h_f \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$, $f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$, $\theta = 26.5^\circ$
 $v = 0.6 (1 - f_{ck} / 250) = 0.54$ (EC2 Eq.6.6N)
 $V_{rdmax} = 0.54 \times 200 \times 14.17 \times \sin 26.5^\circ \times \cos 26.5^\circ = 611 \text{ kN/m}$ (EC2 Eq.6.22)
 $\Delta F_d / \Delta x = 90 / 1.00 = 90 \leq V_{rdmax} = 611 \text{ kN/m}$, la verifica è soddisfatta
 Armatura trasversale per unità di lunghezza A_{sf} / s_f (EC2 Eq.6.21)
 $A_{sf} / s_f = 10 \times 90 / (391 \times \cot 26.5^\circ) = 1.15 \text{ cm}^2 / \text{m}$
Armatura trasversale $A_{sf} / s_f = \emptyset 8/34.0$ ($1.48 \text{ cm}^2 / \text{m}$)
 $\Delta F_d / \Delta x = 90 > 0.40 \cdot h_f \cdot F_{ctd} = 0.40 \times 200 \times 1.02 = 82 \text{ kN/m}$
 Nel caso di armatura trasversale a flessione della piastra in flessione,
 la sezione dell'acciaio dovrebbe essere maggiore o metà di quanto sopra, più
 quella richiesta per la flessione trasversale (EC2 §6.2.4.5)



1.5. Stato limite di Esercizio (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7)

Med(SLS)=70.00 kNm, Ved(SLS)=7.00 kN, Ned(SLS)=7.00 kN
 Coefficiente di deformazione finale $\phi(\infty, t_0)=2.65$ (EC2 §3.1.4, Annessi B)
 Tensione di ritiro totale $\epsilon_{cs}=-0.30$ o/o
 $\gamma_c=1.00$, $\gamma_s=1.00$ (EC2 §2.4.2.4.2)
 Modulo elasticità del calcestruzzo $E_{cm}=31$ GPa, $E_{c,eff}=31/(1+2.65)=8.36$ GPa=8360 MPa (EC2 Eq.7.20)
 Modulo elasticità dell'acciaio $E_s=200$ GPa=200000 MPa
 Rapporto modulare $\alpha_e=E_s/E_c=200/30.50=6.56$, effettivo $\alpha_e=E_s/E_{c,eff}=200/8.36=23.92$
 Armatura di tensione: 4Ø14
 Rapporto di armature $\rho=As/(b \cdot d)=616/(1200 \times 454)=0.001$

1.5.1. Stato I (sezione non fessurata) (SLE)

Rigidezza flessionale della sezione non fessurata, $EI=(200/23.92) \times (0.001 \times 14.402)=120420$ kNm²
 $S=As \cdot z_{sl}=(0.001)^2 \times 616 \times 0.122=(0.001) \times 0.075$ m³ (EC2 Eq.7.21)
 Curvatura dovuta al momento $1/r_M=70.000/120420=(0.001) \times 0.581$ (1/m)
 Curvatura dovuta al ritiro $1/r_{cs}=(0.001 \times 0.30) \times 23.920 \times (0.075/14.402)=(0.001) \times 0.038$ (1/m)
 Curvatura totale $1/r=(0.001) \times 0.581+(0.001) \times 0.038=(0.001) \times 0.619$ (1/m)
 Momento di fessurazione, $M_{cr}=f_{ctm} \cdot (I/y_2)=2.6 \times (14.402/0.168)=222.65$ kNm

1.5.2. Stato II (sezione completamente fessurata) (SLE)

$\rho=As/(b \cdot d)=0.001$, $n=\alpha_e=23.92$, $n \cdot \rho=0.024$, $\xi=0.751$, $\alpha=0.196$, $x=\alpha \cdot d=0.089$ m
 Rigidezza flessionale della sezione completamente fessurata, $EI=\xi \cdot E_s \cdot As \cdot d^2=0.751 \times 200 \times 616 \times 0.454^2=19$
 $S=As \cdot z_{sl}=(0.001)^2 \times 616 \times 0.365=(0.001) \times 0.225$ m³ (EC2 Eq.7.21)
 Curvatura dovuta al momento $1/r_M=70.000/19079=(0.001) \times 3.669$ (1/m)
 Curvatura dovuta al ritiro $1/r_{cs}=(0.001 \times 0.30) \times 23.920 \times (0.225/2.282)=(0.001) \times 0.112$ (1/m)
 Curvatura totale $1/r=(0.001) \times 3.669+(0.001) \times 0.112=(0.001) \times 3.781$ (1/m)
 Med=70.00 kNm, Ned=7.00 kN, $\epsilon_c/\epsilon_s=0.32/1.34$, $x=88$ mm, $\sigma_s=269$ N/mm²

1.5.3. Verifica deformazione da calcolo (SLE)

(EN1992-1-1, §7.4.3)

Med=70.00 < 0.70 x M_{cr}=0.70 x 222.65=155.86 kNm, $\zeta=0.00$ (Eq.7.19)
 Curvatura finale $(1/r)=0.00 \times (0.001 \times 3.781) + (1-0.00) \times (0.001 \times 0.619) = (0.001) \times 0.619$ (1/m) (Eq.7.18)

1.5.4. Area minima di armatura (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.2)

Aree minime di armatura $As_{min}=k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}/\sigma_s$ (EC2 Eq.7.1)
 $b=0.300$ m, $b_{eff}=1.200$ m, $h=0.500$ m, $d=0.454$ m, $x=0.088$ m, $\emptyset=14$ mm
 Ned=7.00 kN, $\sigma_c=(Ned/bh)=0.0$ N/mm², $\sigma_s=269$ N/mm²
 $A_{ct}=(h-x) \cdot b=(500-88) \times 300=123747$ mm²
 $\max(h, b_1)=1$ mm, $f_{ctm}=2.60$ N/mm², $A_{c,eff}=123747$ mm², $k=0.86$, $k_c=0.40$, $k_1=1.50$
 Armatura minima, $As_{min}=0.40 \times 0.86 \times 2.60 \times 123747 / 269=412$ mm²

1.5.5. Calcolo dell'ampiezza della fessurazione (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.3)

$w_k=s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm})$ (EC2 Eq.7.8)
 $\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}=[\sigma_s - k_t \cdot (f_{ct,eff}/\rho_{eff}) (1+\alpha_e \cdot \rho_{eff})] / E_s \geq 0.6 \sigma_s / E_s$ (EC2 Eq.7.9)
 $\sigma_s=269$ N/mm², carico a breve termine: $\alpha_e=6.56$, $k_t=0.6$, carico a lungo termine: $\alpha_e=23.92$, $k_t=0.4$
 $A_{c,eff}=2.5(h-d)b=2.5 \times (500-454) \times 300=34500$ mm² (§7.3.2.3)
 $\rho_{eff}=As/A_{c,eff}=616/34500=0.018$
 $\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}=[269-0.4 \times (2.6/0.018) (1+23.92 \times 0.018)] / 200=0.93$ o/o $\geq 0.6 \times 269 / 200=0.81$ o/o
 $s_{r,max}=k_3 \cdot C_{nom} + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \emptyset / \rho_{eff}$ (EC2 Eq.7.11)
 $\emptyset=14$ mm, $k_1=0.8$, $k_2=(e_1+e_2)/2e_1=0.5$, $k_3=3.4$, $k_4=0.425$
 $s_{r,max}=3.4 \times 30.00 + 0.8 \times 0.5 \times 0.425 \times 14 / 0.018=235.30$ mm
 $w_k=s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm})=235.30 \times 0.001 \times 0.93=0.22$ mm