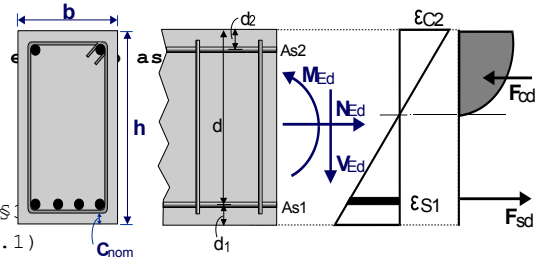


## 1. TRAVE-01

**Progettazione di sezione della trave in flessione, taglio e**  
(EC2 EN1992-1-1:2004, UNI EN1990-1-1:2004, )

**bxh=0.300x0.500 m, Med=100.00 kNm,**  
**Ved= 60.00 kN, Ned= 10.00 kN**

Classe del CA : C12/15-S220 (EC2 §4.4.1)  
Classe di esposizione ambientale : XC2 (EC2 §4.4.1)  
Copriferro : Cnom=30 mm (EC2 §4.4.1)  
 $\gamma_c=1.50, \gamma_s=1.15$  (EC2 Tabella 2.1N)  
 $f_{cd}=\alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \times 12 / 1.50 = 6.80 \text{ MPa}$  (EC2 §3.1.6)  
 $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 220 / 1.15 = 191 \text{ MPa}$  (EC2 §3.2.7)



### 1.1. Dimensioni e carichi

Larghezza trave  $b_w = 0.300 \text{ m}$ , altezza trave  $h = 0.500 \text{ m}$   
Spessore efficace della sezione  $d_1 = C_{nom} + \phi_s + 1.1\phi = 30 + 8 + 1.1 \times 16 = 56 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 56 \text{ mm}$ ,  $d = 500 - 56 = 444 \text{ mm}$

Stato limite ultimo (SLU)

Momento  $M_{ed} = 100.00 \text{ kNm}$ , Forza di taglio  $V_{ed} = 60.00 \text{ kN}$ , Forza assiale  $N_{ed} = 10.00 \text{ kN}$  (trazione)

Stato limite di Esercizio (SLE)

Momento  $M_{ed} = 70.00 \text{ kNm}$ , Forza di taglio  $V_{ed} = 30.00 \text{ kN}$ , Forza assiale  $N_{ed} = 7.00 \text{ kN}$  (trazione)

### 1.2. Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per flessione con forza assiale (EC2 §6.1, §9.2.1)

*Dimensionamento per flessione: Allgower, G.-Avak, R. Bemessungstabellen nach Eurocode 2 für Rechteck und Plattenbalkenquerschnitte, In: Beton - und Stahlbetonbau 87 (1992)*

Armatura per flessione con forza assiale (solo l'armatura in trazione è necessaria)

$M_{ed} = 100 \text{ kNm}$   $N_{sd} = 10 \text{ kN}$   $b_w = 300 \text{ mm}$   $d = 444 \text{ mm}$   $K_d = 2.46$   $x/d = 0.35$   $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3.5/6.4$   $k_s = 6.13$ ,  **$A_{s1} = 14.06 \text{ cm}^2$**

Armat. minima longitudinale in trazione,  $A_s > 0.26 b d \cdot f_{ctm} / f_{yk}$ , ( $A_{s, \min} = 2.52 \text{ cm}^2$ ) (EC2 §9.2.1.1.1)

Armat. massima in trazione o compressione,  $A_s \leq 0.04 A_c$ , ( $A_{s, \max} = 60.00 \text{ cm}^2$ ) (EC2 §9.2.1.1.3)

**Armatura longitudinale: 7Ø16 (14.07 cm<sup>2</sup>) (basso)**

#### 1.2.1. Portata del momento ultimo della sezione

$b = 300 \text{ mm}$ ,  $h = 500 \text{ mm}$ ,  $d = 444 \text{ mm}$ ,  $A_{s1} = 1407 \text{ mm}^2$ ,  $A_{s2} = 0 \text{ mm}^2$

$\epsilon_{c2} = -3.50$ ,  $\epsilon_{s1} = 6.05$ ,  $A_{s1}/b \cdot d = 0.01056$  (1.056%)

$x/d = \epsilon_{c2} / (\epsilon_{c2} + \epsilon_{s1}) = 3.50 / (3.50 + 6.05) = 0.366$ ,  $x = 162.9 \text{ mm}$

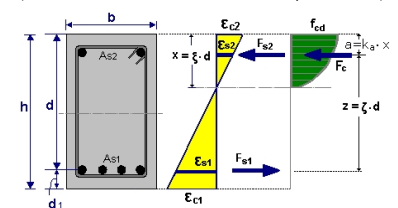
$\alpha_r = 0.810$ ,  $k_a = 0.416$ ,  $F_c = \alpha_r \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = F_{s1} = 268.97 \text{ kN}$ ,  $A_{s1} = F_{s1} / f_{yd} = 1408 \text{ mm}^2$

$z = d - k_a \cdot x = [(1 - k_a \cdot \epsilon_{c2} / (\epsilon_{c2} + \epsilon_{s1}))] d$ ,  $z/d = 1.0 - 0.416 \times 0.366 = 0.848$ ,  $z = 376.7 \text{ mm}$ ,

$K_d^2 = 1 / (0.810 \cdot 0.366 \cdot 0.848 \cdot 6.80) = 0.585 \text{ mm}^2/\text{N}$ ,  $K_d = 0.765$

Resistenza alla flessione  $M_r = b \cdot d^2 / K_d^2 = 0.000001 \times 300 \times 444^2 / 0.585 = 102.00 \text{ kNm}$

(EC2 EN1992-1-1:2004, §6.1)



### 1.3. Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per rottura a tagli (EC2 EN1992-1-1:2004, §6.2, §9.2.2)

Resistenza a taglio senza armatura a taglio  $V_{rdc}$

(EC2 §6.2.2)

$V_{rdc} = [C_{rdc} \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{0.33} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$

(EC2 Eq.6.2.a)

$V_{rdc} \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$

(EC2 Eq.6.2.b)

$C_{rdc} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.50 = 0.120$ ,  $f_{ck} = 12.00 \text{ MPa}$ ,  $b_w = 300 \text{ mm}$ ,  $d = 444 \text{ mm}$

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$ ,  $k = 1.67$ ,  $k_1 = 0.15$

$\rho_l = A_{s1} / (b_w \cdot d) = 1407 / (300 \times 444) = 0.0106$

$\sigma_{cp} = N_{ed} / A_c = -1000 \times 10.00 / 150000 = -0.07 \text{ N/mm}^2$

$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{1.50} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.26 \text{ N/mm}^2$

(EC2 Eq.6.3N)

$V_{rd, c(\min)} = 0.001 \times (0.26 - 0.15 \times 0.07) \times 300 \times 444 = 33.26 \text{ kN}$

$V_{rdc} = 0.001 \times [0.120 \times 1.67 \times (1.06 \times 12.00)^{0.33} - 0.15 \times 0.07] \times 300 \times 444 = 60.97 \text{ kN}$

$V_{ed} = 60.00 \text{ kN} \leq V_{rdc} = 60.97 \text{ kN}$ ,  **$V_{ed} \leq V_{rdc}$  armatura a taglio non necessaria**

Capacità del puntone di CLS Vrdmax (EC2 §6.2.3 Eq.6.9)

$Vrdmax = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_l \cdot f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta)$ ,  $V_{ed}/max(Vrdmax) = 0.26$ ,  $\theta = 21.8^\circ$   $\cot\theta = 2.50$   $\tan\theta = 0.40$   
 $\alpha_{cw} = 1.00$   $z = 0.9d$ ,  $f_{ck} = 12.0 < 60 \text{ Mpa}$   $v_l = 0.6[1 - f_{ck}/250] = 0.6[1 - 12/250] = 0.571$ ,  $f_{cd} = 6.80 \text{ Mpa}$   
 $Vrdmax = 0.001 \times 1.00 \times 300 \times 0.9 \times 444 \times 0.571 \times 6.80 / 2.90 = 160.7 \text{ kN}$

Staffe minimi per armatura a taglio (EC2 §9.2.2)

Rapporto minimo di armatura a taglio  $\rho_{w,min}$  (EC2 Eq.9.5N)

$\rho_{w,min} = (0.08 \times (f_{ck})^{0.5} / f_{yk})$ ,  $f_{ck} = 12 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ,  $\rho_{w,min} = 0.0013$   
 $\min A_{sw}/s = 10 \times 0.0013 \times 300 \times \sin(90^\circ) = 3.90 \text{ cm}^2/\text{m}$

Distanza massima longitudinale dei staffe  $s_{lmax} = 0.75d$  ( $\leq 600 \text{ mm}$ ) = 330mm (EC2 §9.2.2.6, Eq.9.6N)

Distanza massima trasversale delle staffe  $s_{tmax} = 0.75d$  ( $\leq 600 \text{ mm}$ ) = 330mm (EC2 §9.2.2.8, Eq.9.8N)

Armatura minima a taglio staffe  $\emptyset 8/25.5$  ( $A_{sw}/s = 3.95 \text{ cm}^2/\text{m}$ )

**Armatura a taglio: staffe  $\emptyset 8/25.5$  ( $A_{sw}/s = 3.95 \text{ cm}^2/\text{m}$ )**

#### 1.4. Stato limite di Esercizio (SLE) (EC2 EN1992-1-1:2004, §7)

Med(SLS) = 70.00 kNm, Ved(SLS) = 30.00 kN, Ned(SLS) = 7.00 kN

Coefficiente di deformazione finale  $\phi(\infty, t_0) = 2.65$  (EC2 §3.1.4, Annessi B)

Tensione di ritiro totale  $\epsilon_{cs} = -0.30$  o/o

$\gamma_c = 1.00$ ,  $\gamma_s = 1.00$  (EC2 §2.4.2.4.2)

Modulo elasticità del calcestruzzo  $E_{cm} = 26 \text{ GPa}$ ,  $E_{c,eff} = 26 / (1 + 2.65) = 7.12 \text{ GPa} = 7120 \text{ MPa}$  (EC2 Eq.7.20)

Modulo elasticità dell'acciaio  $E_s = 200 \text{ GPa} = 200000 \text{ MPa}$

Rapporto modulare  $\alpha_e = E_s/E_c = 200/26.00 = 7.69$ , effettivo  $\alpha_e = E_s/E_{c,eff} = 200/7.12 = 28.09$

Armatura di tensione: 7Ø16

Rapporto di armature  $\rho = A_{s1}/(b \cdot d) = 1407/(300 \times 444) = 0.011$

##### 1.4.1. Stato I (sezione non fessurata) (SLE)

Rigidezza flessionale della sezione non fessurata,  $EI = (200/28.09) \times (0.001 \times 3.125) = 22250 \text{ kNm}^2$

$S = A_s \cdot z_{s1} = (0.001)^2 \times 1407 \times 0.194 = (0.001) \times 0.274 \text{ m}^3$  (EC2 Eq.7.21)

Curvatura dovuta al momento  $1/r_M = 70.000/22250 = (0.001) \times 3.146 \text{ (1/m)}$

Curvatura dovuta al ritiro  $1/r_{cs} = (0.001 \times 0.30) \times 28.090 \times (0.274/3.125) = (0.001) \times 0.738 \text{ (1/m)}$

Curvatura totale  $1/r = (0.001) \times 3.146 + (0.001) \times 0.738 = (0.001) \times 3.884 \text{ (1/m)}$

Momento di fessurazione,  $M_{cr} = f_{ctm} \cdot (I/y_2) = 1.6 \times (3.125/0.250) = 20.00 \text{ kNm}$

##### 1.4.2. Stato II (sezione completamente fessurata) (SLE)

$\rho = A_s/(b \cdot d) = 0.011$ ,  $n \cdot \rho = 28.09$ ,  $n \cdot \rho = 0.309$ ,  $\xi = 0.381$ ,  $\alpha = 0.536$ ,  $x = \alpha \cdot d = 0.238 \text{ m}$

Rigidezza flessionale della sezione completamente fessurata,  $EI = \xi \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2 = 0.381 \times 200 \times 1407 \times 0.444^2 = 2$

$S = A_s \cdot z_{s1} = (0.001)^2 \times 1407 \times 0.206 = (0.001) \times 0.290 \text{ m}^3$  (EC2 Eq.7.21)

Curvatura dovuta al momento  $1/r_M = 70.000/21197 = (0.001) \times 3.302 \text{ (1/m)}$

Curvatura dovuta al ritiro  $1/r_{cs} = (0.001 \times 0.30) \times 28.090 \times (0.290/2.977) = (0.001) \times 0.783 \text{ (1/m)}$

Curvatura totale  $1/r = (0.001) \times 3.302 + (0.001) \times 0.783 = (0.001) \times 4.085 \text{ (1/m)}$

Med = 70.00 kNm, Ned = 7.00 kN,  $\epsilon_c/\epsilon_s = 0.78/0.69$ ,  $x = 236 \text{ mm}$ ,  $\sigma_s = 138 \text{ N/mm}^2$

##### 1.4.3. Verifica deformazione da calcolo (SLE) (EN1992-1-1, §7.4.3)

$\zeta = 1 - 0.50 \cdot (M_{cr}/Med)^2 = 1 - 0.50 \times (20.00/70.00)^2 = 0.96$  (Eq.7.19)

Curvatura finale  $(1/r) = 0.96 \times (0.001 \times 4.085) + (1 - 0.96) \times (0.001 \times 3.884) = (0.001) \times 4.077 \text{ (1/m)}$  (Eq.7.18)

##### 1.4.4. Area minima di armatura (SLE) (EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.2)

Aree minime di armatura  $A_{s,min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}/\sigma_s$  (EC2 Eq.7.1)

$b = 0.300 \text{ m}$ ,  $b_{eff} = 0.300 \text{ m}$ ,  $h = 0.500 \text{ m}$ ,  $d = 0.444 \text{ m}$ ,  $x = 0.236 \text{ m}$ ,  $\emptyset = 16 \text{ mm}$

Ned = 7.00 kN,  $\sigma_c = (Ned/bh) = 0.0 \text{ N/mm}^2$ ,  $\sigma_s = 138 \text{ N/mm}^2$

$A_{ct} = (h - x) \cdot b = (500 - 236) \times 300 = 79180 \text{ mm}^2$

$\max(h, b) = 1 \text{ m}$ ,  $f_{ctm} = 1.60 \text{ N/mm}^2$ ,  $A_{c,eff} = 79180 \text{ mm}^2$ ,  $k = 0.86$ ,  $k_c = 0.40$ ,  $k_1 = 1.50$

Armatura minima,  $A_{s,min} = 0.40 \times 0.86 \times 1.60 \times 79180 / 138 = 317 \text{ mm}^2$

**1.4.5. Calcolo dell'ampiezza della fessurazione (SLE)**

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.3)

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (\text{EC2 Eq.7.8})$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = [\sigma - k_t \cdot (f_{ct,eff} / \rho_{eff}) (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})] / E_s \geq 0.6 \sigma / E_s \quad (\text{EC2 Eq.7.9})$$

$$\sigma = 138 \text{ N/mm}^2, \text{ carico a breve termine: } \alpha_e = 7.69, k_t = 0.6, \text{ carico a lungo termine: } \alpha_e = 28.09, k_t = 0.4$$

$$A_{ceff} = 0.333 (h - x) b = 0.333 \times (500 - 236) \times 300 = 26367 \text{ mm}^2 \quad (\text{§7.3.2.3})$$

$$\rho_{eff} = A_s / A_{ceff} = 1407 / 26367 = 0.053$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = [138 - 0.4 \times (1.6 / 0.053) (1 + 28.09 \times 0.053)] / 200 = 0.54 \text{ o/o} \geq 0.6 \times 138 / 200 = 0.41 \text{ o/o}$$

$$s_{r,max} = k_3 \cdot C_{nom} + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \sigma / \rho_{eff} \quad (\text{EC2 Eq.7.11})$$

$$\sigma = 16 \text{ mm}, k_1 = 0.8, k_2 = (e_1 + e_2) / 2e_1 = 0.5, k_3 = 3.4, k_4 = 0.425$$

$$s_{r,max} = 3.4 \times 30.00 + 0.8 \times 0.5 \times 0.425 \times 16 / 0.053 = 152.97 \text{ mm}$$

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 152.97 \times 0.001 \times 0.54 = 0.08 \text{ mm}$$