

Un nuovo approccio di modellazione della risposta sismica di edifici storici

Ivo Caliò Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Università di Catania. Viale A. Doria 6, 95125 Catania. Francesco Cannizzaro

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Università di Catania. Viale A. Doria 6, 95125 Catania.

Massimo Marletta

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Università di Catania. Viale A. Doria 6, 95125 Catania.

Bartolomeo Pantò

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale – Università di Catania. Viale A. Doria 6, 95125 Catania.

Keywords: Historical masonry building, nonlinear numerical method, macro-element, discrete element method, masonry vaults.

ABSTRACT

The simulation of the nonlinear dynamic behaviour of a monumental masonry building represents a challenging problem which rigorously requires the use of computationally expensive nonlinear finite element models and, above all, expert judgment. The different behaviour of masonry structures, compared to ordinary concrete and steel buildings, requires ad hoc algorithms capable of reproducing the nonlinear degrading behaviour of masonry media. In the past many authors developed simplified methodologies that, with a reduced computational effort, should be able to provide numerical results that can be considered sufficiently accurate for engineering practice purposes. However most of these methods are based on simplified hypotheses that make these approaches inappropriate for the seismic analyses of monumental buildings. In this paper a new modeling approach for the simulation of the seismic behaviour of monumental masonry buildings is presented. The proposed approach is based on the concept of macro-element discretization and is able of capturing the nonlinear behaviour of a macro-portion of a masonry element and of an entire building through assemblage of several elements. The computational cost is greatly reduced if compared to a traditional nonlinear finite element modeling, furthermore the interpretation of the results is simple and unambiguous since is based on a direct fiber calibration procedure.

1 INTRODUZIONE

Questo lavoro si pone l'ambizioso obiettivo di introdurre uno strumento, impiegabile sia che della nell'ambito ricerca in ambito professionale. valutazione per la del comportamento non lineare di edifici in muratura a carattere monumentale mediante un nuovo approccio che possa costituire una valida alternativa alle modellazioni agli elementi finiti nonlineari.

Nella letteratura esistono diversi approcci per macro-elementi (Augenti 2004, Braga, Liberatore et al. 1990 e 1997, Brencich e Lagomarsino 1997, D'Asdia e Viskovic 1996, Magenes e Calvi 1996, Caliò et al. 2004) alcuni dei quali sono stati ampiamente collaudati anche in ambito professionale in quanto implementati in software tecnici di largo utilizzo. Gli studi proposti sono tuttavia limitati alla valutazione della risposta non lineare di edifici il cui comportamento possa assumersi 'scatolare', ovvero nella valutazione della risposta statica non lineare o dinamica dell'edificio si introduce l'ipotesi che i meccanismi di ribaltamento della muratura al di fuori dal proprio piano siano impediti. È ben noto come tale ipotesi risulti in molti casi inaccettabile soprattutto quando si vuole simulare la risposta sismica di edifici in muratura a carattere monumentale e/o la cui tipologia strutturale risulti incompatibile con l'ipotesi di comportamento scatolare (come nel caso delle chiese)

Questo lavoro, nel tentativo di estendere l'approccio per macro-elementi anche allo studio degli edifici in muratura a carattere storico e monumentale, introduce un nuovo elemento discreto rivolto allo studio delle strutture a geometria curva. Oltre alle problematiche legate alla non linearità del materiale muratura, anche la complessità geometrica ha richiesto studi approfonditi che hanno condotto alla definizione di una nuova strategia di modellazione a fibre. A tal fine, è stato introdotto un modello meccanico equivalente atto a descrivere il comportamento non lineare di una generica porzione di una superficie voltata che, per assemblaggio, può simulare il comportamento sismico di strutture in muratura a geometria curva.

Il presente lavoro rappresenta dunque un contributo ad una ricerca in corso che punta ad un'efficace modellazione del comportamento non lineare di edifici in muratura a carattere monumentale.

L'uso dei macro-elementi consente di cogliere il comportamento non lineare di un edificio con un costo computazionale estremamente ridotto rispetto ad una modellazione agli elementi finiti e rappresenta in questo momento il percorso più efficace verso la modellazione dinamica di strutture in muratura, comunque complesse, soggette ad azioni sismiche.

Il macro-elemento introdotto consente la simulazione dei principali meccanismi di crisi delle murature, riesce a cogliere il comportamento globale della struttura e l'interazione tra gli elementi spingenti e quelli portanti.

Per la taratura del modello sono inoltre sufficienti pochi parametri immediatamente ricavabili dall'interpretazione di comuni prove sperimentali.

La validazione del modello proposto, in corso di implementazione in un software di calcolo, è stata condotta, sia in campo lineare che non lineare, mediante simulazioni numeriche i cui risultati sono stati posti a confronto con quelli disponibili in letteratura.

L'introduzione di questo elemento non rappresenta un punto di arrivo, ma apre piuttosto nuove prospettive su ulteriori sviluppi di questo approccio di modellazione, con particolare riferimento allo studio di strutture murarie a geometria complessa.

2 DAL MODELLO FISICO ALLA SUA RAPPRESENTAZIONE PER MACRO-CONCI

Nel presente lavoro per macro-elemento si intende un modello matematico pensato per la descrizione della risposta macro-scopica di una porzione finita di un elemento murario.

Nelle strutture monumentali la prima operazione necessaria, tutt'altro che banale, consiste nel passaggio dal modello fisico reale al modello geometrico corrispondente rappresentato da un mesh di macro-elementi. L'approccio proposto è concepito allo scopo di consentire una macro-modellazione dei principali meccanismi di rottura delle strutture murarie a geometria curva con riferimento alla risposta dell'intera porzione di muratura rappresentata dal macro-elemento.

L'elemento proposto costituisce l'estensione alla modellazione di strutture a geometria curva del macro-elemento spaziale proposto da Caliò et al. (2008) in grado di cogliere la risposta nel piano e fuori-piano degli edifici in muratura composti da pareti piane.

Nella modellazione proposta nel presente lavoro una struttura muraria a superficie curva nello spazio (quali ad esempio volte, cupole, pareti curve etc.) viene rappresentata attraverso una mesh di macro-porzioni spaziali; la superficie media di ciascuno di tali macro-conci è, per ipotesi, contenuta in un piano. Nel caso più generale tale rappresentazione è sempre possibile mediante elementi piani triangolari, tuttavia nella maggior parte dei casi che interessano la modellazione degli edifici storici la regolarità geometrica delle superfici degli elementi strutturali coinvolti consente la rappresentazione geometrica del modello fisico anche mediante una mesh di elementi quadrangolari e un numero limitato di elementi triangolari.

Come superficie di riferimento può essere assunta quella media della struttura, come mostrato nella figura seguente.



Figure 1. Discretizzazione di una volta orientata ad una rappresentazione per macro-elementi.

La griglia di punti individuata sulla superficie media dall'intersezione delle linee curve, contiene l'insieme delle informazioni che verranno elaborate per la definizione della geometria del modello numerico. In particolare, oltre alle coordinate dei nodi, e allo spessore della struttura reale negli stessi, risulta indispensabile conoscere la direzione della normale alla superficie media nei nodi considerati (figura 2).

Alla suddivisione della superficie media secondo una griglia di linee curve corrisponde quella della struttura reale in macro-conci. Tale passaggio si configura come il primo passo verso l'individuazione di una modellazione per macroelementi, che verrà determinata definendo, per ciascuno dei conci individuati dalla suddivisione della struttura, un elemento discreto equivalente alla porzione della superficie muraria corrispondente.

In generale sarà necessario considerare sia elementi quadrangolari che triangolari. Ciascun elemento è caratterizzato dai suoi vertici, che sono contenuti in un piano (definito piano medio dell'elemento), dalle normali e dagli spessori in corrispondenza dei vertici e, pertanto, in generale avrà spessore variabile.

3 DALLA RAPPRESENTAZIONE PER MACRO-CONCI ALLA MODELLAZIO-NE PER MACRO-ELEMENTI

Il modello qui proposto si può collocare nell'ambito dei macro-modelli, in quanto basato sulla modellazione meccanica equivalente di una porzione discreta di muratura che nel caso specifico è rappresentata dal macro-concio introdotto nel paragrafo precedente.

Il macro-elemento dovrà essere in grado di simulare i comportamenti meccanici tipici delle strutture a geometria curva sia nella fase di normale esercizio che in condizioni di incipiente collasso associato ad azioni statiche e/o dinamiche.

L'idea di base è quella di considerare un modello meccanico equivalente del concio di muratura che si vuole rappresentare con un approccio totalmente nuovo in cui la risposta membranale e flessionale del concio è governata da una discretizzazione per fibre lungo le direzioni principali dell'elemento mentre la risposta tagliante e torsionale viene simulata macroscopicamente da un numero discreto di links non lineari.



Figure 2. L'elemento discreto equivalente.

L'elemento proposto è costituito da un quadrilatero articolato irregolare, con i lati rigidi, i cui vertici coincidono con i vertici del concio e la cui deformazione nel piano è controllata da un link non lineare posto in una delle due diagonali. L'interazione con gli altri quadrilateri e/o con i supporti esterni è affidata a interfacce spaziali, in generale inclinate rispetto al piano del quadrilatero, in cui risulta disposto un numero discreto di links non lineari sia in direzione ortogonale che nel piano delle interfacce stesse, figura 2.

I due principali elementi del modello sono pertanto un elemento quadrilatero, costituito appunto da un quadrilatero articolato, e da un elemento di interfaccia (figura 3).

Il link diagonale del quadrilatero è inserito per la simulazione della deformabilità a taglio del quadrilatero nel proprio piano. Nei links delle interfacce vengono concentrate la deformabilità membranale e flessionale della porzione di muratura considerata, oltre alla deformabilità torsionale e al controllo dell'attivazione dei meccanismi di scorrimento. L'obiettivo è quello di disaccoppiare, per quanto possibile, i meccanismi di crisi, affidando a specifici links non-lineari, la simulazione del comportamento membranale. flessionale. torsionale e di scorrimento, di un generico elemento di superficie. Il numero dei links è arbitrario e dipende dal grado di accuratezza della soluzione che si vuole ottenere. Un aumento del numero dei links disposti nell'interfaccia, se da un lato aumenta l'onere computazionale in quanto aumentano le non-linearità insite nel modello, dall'altro non comporta un aumento dei gradi di libertà globali del sistema.



Figure 3. La rappresentazione della generica interfaccia.

L'interazione tra quadrilateri può avvenire lungo un qualsiasi lato. Le interfacce vengono inserite quando due quadrilateri hanno un lato in comune o un lato del quadrilatero coincide con un supporto esterno. Questo consente di attribuire alla superficie una mesh e di modellarla mediante macro-elementi collegati da interfacce.

La risoluzione della mesh è legata soprattutto ad una buona descrizione della geometria, poiché il singolo macro-elemento è tarato sulla porzione di muratura che simula. Infatti, nel caso del modello piano, (Caliò et al., 2005) un solo macroelemento è sufficiente alla modellazione di un intero maschio murario a prescindere dalla sua estensione, e l'introduzione di una mesh di elementi garantisce solo una maggiore accuratezza nell'individuazione del meccanismo di collasso. Per le superfici curve la mesh diventa, invece, una necessità dovuta alle inevitabili approssimazioni geometriche che vengono

effettuate. È evidente inoltre che, anche l'individuazione dell'effettivo quadro fessurativo della struttura, è condizionato dalla mesh, poiché i fenomeni fessurativi possono essere colti solo in corrispondenza degli elementi di interfaccia o attraverso l'informazione fornita dal link diagonale. Un infittimento della discretizzazione degli elementi consente di ampliare il dominio di ammissibilità cinematica dei meccanismi di collasso potenzialmente attivabili. I dettagli relativi alla definizione dei comportamenti costitutivi dei links non lineari saranno descritti nei successivi paragrafi.

4 ANALISI DEL COMPORTAMENTO MECCANICO DELLE VOLTE AI FINI DI UNA MACRO-MODELLAZIONE

Il comportamento delle volte sottili in muratura è regolato sia dalla geometria della volta che dalle condizioni di carico. A causa di questa varietà di condizioni, riuscire a stabilire dei criteri di rottura delle volte, così come viene tradizionalmente fatto per i maschi murari piani, diventa un compito arduo. Tuttavia, se ci si riferisce ad una porzione di un elemento di volta, è possibile individuare dei criteri di crisi locale, che nell'insieme determinano la crisi di una struttura voltata in muratura.

È ben noto che un elemento murario piano caricato verticalmente nel proprio piano e soggetto ad una forza orizzontale può collassare secondo tre diversi meccanismi, ciascuno associato ad un diverso comportamento, e tale considerazione è alla base degli approcci di modellazione degli edifici in muratura per macroelementi (Caliò et al., 2004, Brencich e Lagomarsino 1997).

Nel caso delle volte il meccanismo di collasso flessionale può ad esempio manifestarsi secondo due diverse modalità: progressiva fessurazione con parzializzazione della sezione nella zona tesa o schiacciamento della muratura nella zona compressa. Tale comportamento è affidato, nel modello proposto, agli elementi di interfaccia mediante un letto discreto di links disposti ortogonalmente all'interfaccia stessa, per i quali viene previsto un legame con limitata resistenza a compressione e comportamento elasto-fragile a trazione. Il collasso per schiacciamento è simulato da una progressiva plasticizzazione a compressione dei links, mentre la fessurazione può essere associata alla rottura per trazione degli stessi.

I meccanismi di collasso a taglio per fessurazione diagonale e per scorrimento per

questo tipo di strutture sono sicuramente molto meno frequenti rispetto a quello flessionale, che è di gran lunga il più comune. Nonostante questi meccanismi non si attivino facilmente si può considerare, per estensione, un quadro fessurativo analogo a quello riscontrabile per maschi murari piani.



Figure 4. Comportamento a rottura tipico delle volte con fessurazione lungo i meridiani. (a) Rappresentazione qualitativa; (b) modellazione per macro-elementi.

È evidente che la modellazione proposta consente la schematizzazione di casi di flessione deviata anche in campo non lineare e che il criterio adottato tiene conto implicitamente della dipendenza del momento resistente dallo sforzo normale. In figura 4 è riportato un tipico meccanismo di collasso di una volta sferica associato ad un incremento dei carichi verticali. In questo caso l'analisi mediante macro-elementi dovrà indicare una fessurazione in corrispondenza delle interfacce lungo i meridiani.



Figure 5. Comportamento a rottura tipico per fessurazione diagonale in corrispondenza di un tamburo finestrato: (a) Rappresentazione qualitativa; (b) modellazione per macro-elementi.

In quest'ottica, la fessurazione diagonale si manifesta con fratture diagonali concentrate nella zona centrale dell'elemento, che si dispongono secondo le isostatiche di compressione a causa della limitata resistenza a trazione della muratura. Il modello è comunque in grado di cogliere tale meccanismo mediante un legame costitutivo non lineare secondo il quale calibrare il link diagonale. In figura 5, a titolo di esempio si riporta un quadro fessurativo tipico per i tamburi finestrati, con formazione di fessurazione diagonale nei maschi murari, e la corrispondente modellazione per macro-elementi, in cui il danneggiamento è concentrato nei links diagonali.

Anche il meccanismo di collasso per scorrimento nella pratica ha una scarsa importanza. La sua attivazione è infatti legata all'assenza di considerevoli tensioni normali o alla parzializzazione delle sezioni; le volte sottili sono però strutture che per la loro particolare forma tendono a esibire tensioni normali di compressione notevoli inibendo praticamente gli scorrimenti. Il meccanismo consiste in mutui scorrimenti tra due elementi lungo la direzione dei giunti di malta con conseguente formazione di macrofratture lungo tale direzione. Viene distinto tra un meccanismo a scorrimento lungo il lato dell'interfaccia e un meccanismo lungo la ortogonale direzione al lato della stessa interfaccia. Come sarà mostrato più dettagliatamente nei paragrafi successivi, lo scorrimento lungo il lato dell'interfaccia è governato da un solo link, mentre quello lungo la direzione ortogonale è regolato da due. In figura 6 è riportato l'esempio di un possibile meccanismo di scorrimento in corrispondenza dei conci di una volte a botte.



Figure 6. Comportamento a rottura scorrimento tra i conci in una volta a botte. (a) Rappresentazione qualitativa; (b) modellazione per macro-elementi.

L'interfaccia è rappresentata da un modello meccanico equivalente costituito da due piani rigidi, inizialmente aderenti, coincidenti con le facce a contatto dei due quadrilateri. Questi piani vengono discretizzati sia nella direzione longitudinale che nella direzione trasversale, pertanto l'interfaccia risulta meccanicamente modellata con più file di links non lineari, ortogonali al piano dell'interfaccia, in accordo ad una filosofia di modellazione per fibre. Il numero di campi in cui suddividere l'area nei due sensi, longitudinale e trasversale, è del tutto arbitrario e stabilito in base al grado di accuratezza della soluzione che si vuole ottenere.

Il comportamento delle interfacce è regolato da links (flessionali, a scorrimento nel piano e a scorrimento fuori piano) che agiscono secondo tre assi ortogonali tra loro. Ciò consente di separare il comportamento flessionale da quello a scorrimento, ottenendo da un lato un più intuitivo riconoscimento dei meccanismi che conducono la struttura al collasso, e dall'altro il disaccoppiamento delle sollecitazioni, in modo da rendere più immediata sia la taratura dei links che la lettura dei risultati. È inoltre evidente che il modello consente di cogliere meccanismi di collasso combinati.

5 LA CINEMATICA

Dalla discretizzazione della volta in muratura si ottengono le informazioni geometriche necessarie alla definizione di ogni suo elemento. In particolare, riferendosi al generico concio murario, siano note le coordinate dei vertici del piano medio rispetto ad un sistema di riferimento globale tridimensionale, le componenti dei versori normali alla superficie nei quattro vertici e gli spessori della volta sempre in corrispondenza degli stessi, figura 7. A partire da questi parametri geometrici, congiuntamente a quelli meccanici del materiale, è possibile ricavare tutte le informazioni che definiscono il modello discreto equivalente (Cannizzaro, 2010).



Figure 7. Individuazione del macro-elemento a partire dai dati geometrici.

I gradi di libertà di ciascun elemento sono sette: sei gradi di libertà di corpo rigido nello spazio (le tre traslazioni e le tre rotazioni rispetto al baricentro dell'elemento) e il grado di libertà associato alla deformabilità a taglio dell'elemento, rappresentato dalla variazione dell'angolo al primo vertice del quadrilatero, figura 8.



Figure 8. La deformazione associata all'articolazione del quadrilatero.

6 LA CALIBRAZIONE COSTITUTIVA DEL MACRO-ELEMENTO

Il macro-elemento è stato concepito allo scopo di cogliere i principali meccanismi di rottura di una porzione di elemento murario a geometria curva nello spazio limitando all'essenziale il numero di parametri lagrangiani necessari per la descrizione della cinematica. In questo paragrafo vengono sinteticamente descritte le procedure di caratterizzazione costitutiva del macro-elemento. La risposta membranale e flessionale viene caratterizzata attraverso una modellazione a fibre in cui le proprietà di ogni link non lineare discendono dalla fibra di muratura rappresentata. Tale approccio può essere considerato una generalizzazione della modellazione a fibre adottata per le strutture in calcestruzzo armato. Il comportamento non lineare associato a sollecitazioni di taglio agenti nel piano dell'elemento è descritto attraverso la definizione di una lastra equivalente a spessore variabile e un legame costitutivo non lineare dipendente normale di confinamento. dall'azione Ι meccanismi non lineari di scorrimento vengono invece governati attraverso l'introduzione di links non lineari posti nei piani delle interfacce. Il link che regola lo scorrimento nel piano è di tipo rigido-plastico, mentre la risposta associata a sollecitazioni di taglio agenti fuori dal piano dell'elemento e la risposta torsionale vengono calibrate, nella fase iniziale elastica, attraverso un approccio a fibre. Per tutti i links la calibrazione discende direttamente dai parametri che definiscono le proprietà della muratura associate particolare legame costitutivo adottato. al L'approccio di calibrazione è stato concepito in modo da non determinare alcuna ambiguità dipendendo esclusivamente dalla geometria e dalle caratteristiche del materiale.

La legge costitutiva dei links di interfaccia dipende dalle caratteristiche della muratura di entrambi i pannelli a contatto. Tali links svolgono il fondamentale compito di concentrare in sé caratteristiche di deformabilità e resistenza membranale degli elementi che connettono.

Nel descrivere le procedure di calibrazione dei links d'interfaccia conviene distinguere i links ortogonali alle interfacce da quelli disposti nel piano delle interfacce stesse.

6.1 La calibrazione dei link ortogonali d'interfaccia

Si consideri un solido isotropo ed omogeneo caratterizzato da un legame costitutivo elastoplastico perfetto a deformazione limitata. I parametri necessari per definire il legame costitutivo del solido sono:

E: modulo di Young;

v:: coefficiente di Poisson.

- σ_{yc} : tensione di snervamento a compressione;
- σ_{yt} : tensione di snervamento a trazione;
- ε_{uc} : deformazione di rottura a compressione;
- \mathcal{E}_{ut} : deformazione di rottura a trazione.

Essendo la deformabilità membranale e flessionale di ogni singolo elemento concentrata nei links ortogonali d'interfaccia, le proprietà meccaniche di questi dovranno essere ricavati a partire dalle caratteristiche di entrambi i quadrilateri a contatto con l'interfaccia.

La procedura che viene seguita per far ereditare le proprietà della muratura dei quadrilateri ai links ortogonali di interfaccia può essere pensata in tre fasi successive. Nella prima fase viene effettuata la suddivisione in fibre degli elementi, figura 9.



Figure 9. La generica fibra rappresentata come trave non omogenea.

Nella seconda fase dalle caratteristiche di deformabilità di ciascuna fibra vengono fatte discendere quelle di un link elastico lineare equivalente; in questo modo a ciascuna coppia di quadrilateri accostati corrispondono due distribuzioni di links lineari rappresentativi delle proprietà in fase elastica di una porzione dei quadrilateri stessi, che rappresenta il volume del quadrilatero afferente all'interfaccia.

Nella fase successiva ciascuna delle coppie di links poste in serie viene sostituita con un unico link di rigidezza risultante. Tali operazioni di calibrazione, semplici e oggettive, effettuate in entrambe le direzioni principali dell'elemento strutturale consentono di trasferire le risposte membranale e flessionale degli elementi ai links ortogonali d'interfaccia.



Figure 10. Distribuzione delle coppie di links associati a ciascun volume di elemento quadrilatero afferente all'interfaccia.

In figura 11 è riportata una suddivisione in fibre del generico macro-elemento nelle direzione dei meridiani. Dal momento che i links di ciascuna interfaccia sono rappresentativi della porzione del macro-elemento corrispondente al volume d'influenza dell'interfaccia, la suddivisione in fibre lungo una delle direzioni principali può essere effettuata considerando un numero diverso di fibre in corrispondenza delle interfacce opposte di un elemento, figura 11. Tale peculiarità risulta utile per la definizione di una discretizzazione associata ad una dimensione minima dell'area di influenza di ciascuna fibra.



Figura 11. Un esempio di suddivisione in fibre. La suddivisione in fibre con un numero diverso di links nelle interfacce opposte.

Le proprietà meccaniche in campo elastico di ogni link si determinano assimilando la corrispondente fibra ad una trave elastica lineare isotropa a sezione variabile, caratterizzata dal modulo di elasticità normale E e dalla legge di variazione dell'area trasversale A(z).

Uguagliando la rigidezza assiale del modello di trave a sezione variabile e quella del corrispondente link si ottiene il valore della rigidezza elastica *K* da assegnare al link.

$$K = \frac{E}{\int_0^L \frac{dz}{A(z)}} \tag{1}$$

Della rigidezza così calcolata, ai fini flessionali va però considerata solo la componente lungo la direzione ortogonale al piano dell'interfaccia che è quella lungo la quale agisce il link non lineare equivalente.

L'accostamento di due elementi implica inoltre che le proprietà dei links ortogonali di interfaccia derivino dalle proprietà di entrambi gli elementi. Ciascuna coppia di links verrà rappresentata da un unico link, figura 12, le cui proprietà elastiche sono ottenute combinando in serie le rigidezze dei due links afferenti.



Figura 12. Volumi di influenza di due links corrispondenti.

Nell'ipotesi di legame elasto-plastico perfetto a deformazione limitata occorre individuare le forze di snervamento a trazione e a compressione dei links non lineari, associate ai valori delle tensioni di snervamento a trazione e a compressione, insieme agli spostamenti di rottura associati ai limiti di deformabilità a compressione e a trazione del materiale.

Per la determinazione delle forze di snervamento nei links si possono adottare due criteri. Il primo, detto criterio dell'area minima, è basato sulla considerazione che lo snervamento si determini in corrispondenza della sezione di area minima della fibra, in questo caso le forze di snervamento a trazione e compressione nei links risultano date da

$$F_{yt} = A_{\min}\sigma_{yt}$$

$$F_{yc} = A_{\min}\sigma_{yc}$$
(2)

Tale criterio tuttavia appare eccessivamente conservativo e dipendente dalla mesh adottata nella discretizzazione della struttura.

Un criterio alternativo è il cosiddetto criterio dell'area media in cui le forze di snervamento nei links risultano associate all'area media delle fibre corrispondenti:

$$F_{yt} = A_{med} \sigma_{yt}$$

$$F_{yc} = A_{med} \sigma_{yc}$$
(3)

Gli spostamenti corrispondenti ai limiti elastici sono dati da

$$u_{yt} = F_{yt} / K$$

$$u_{yc} = F_{yc} / K$$
(4)

Gli spostamenti ultimi di ciascun link possono essere determinati con riferimento ad una plasticizzazione diffusa, semplicemente moltiplicando la lunghezza *L* di riferimento per la fibra considerata per le deformazioni di rottura a trazione e compressione della muratura:

$$u_{rt} = L \cdot \varepsilon_{rt}$$

$$u_{rc} = L \cdot \varepsilon_{rc}$$
(5)

Al fine di caratterizzare la muratura devono essere quindi assegnate le proprietà meccaniche del materiale muratura (E, σ_{yc} , σ_{yt} , ε_{rc} , ε_{rt}). Tali quantità possono essere determinate a partire dalle caratteristiche dei componenti (malta e mattoni) mediante delle tecniche di omogeneizzazione, oppure tramite delle prove in situ (o in laboratorio).

6.2 La calibrazione dei links paralleli al piano dell'interfaccia

I links disposti parallelamente ai piani dell'interfaccia sono deputati a rappresentare:

- gli scorrimenti nel piano dell'elemento;
- gli scorrimenti fuori dal piano dell'elemento;
- la rigidezza a taglio fuori dal piano;
- la rigidezza torsionale dell'elemento.

Globalmente tali meccanismi sono governati da tre links non lineari per ogni interfaccia, uno dei quali (molla rossa in figura) è posto in direzione del primo asse dell'interfaccia, e due (molle verdi) nella direzione del secondo asse e posti in corrispondenza di due punti opportunamente determinati, figura 13.



Figure 13. Schema meccanico equivalente di un'interfaccia in corrispondenza di due elementi contigui con la rappresentazione dei links trasversali e ortogonali.

Il comportamento a scorrimento, per sua natura, è regolato prevalentemente dall'attrito, ed è quindi caratterizzabile da un legame dipendente dall'azione normale. Assumendo un legame alla Mohr-Coulomb la tensione tangenziale limite cui è associata l'attivazione di un meccanismo di scorrimento nel solido murario risulta governata da due parametri: uno che rappresenta la coesione c e l'altro il coefficiente d'attrito interno μ .

$$\tau_{\rm lim} = c + \mu \cdot \sigma_n \tag{6}$$

essendo σ_n la tensione normale di compressione.

La forza limite T_{lim} che provoca lo scorrimento tra i due piani dell'interfaccia si può determinare attraverso la relazione

$$T_{\rm lim} = C_{\rm lim} + \mu \cdot P \tag{7}$$

in cui

$$P = \int_{A_t} \sigma_n dA \tag{8}$$

indica la risultante degli sforzi di compressione sulla superficie dell'interfaccia, che si determina in modo semplice come sommatoria delle forze dei links ortogonali d'interfaccia attivi.

$$C_{\rm lim} = c \cdot A_t \tag{9}$$

rappresenta la risultante delle forze di coesione nel piano dell'interfaccia, data dal prodotto dell'area effettivamente a contatto e la coesione del materiale.

Assumere valida la (7) equivale ad avere supposto una distribuzione di tensioni tangenziali uniformi in tutta l'area a contatto.

Si noti che i valori di P, C_{lim} ed A_t sono variabili durante l'analisi.

6.3 La calibrazione del link diagonale appartenente al piano dell'elemento

Il link diagonale del quadrilatero, figura 14, simula il comportamento di una porzione dell'elemento murario soggetta ad azioni agenti nel piano individuato dai suoi quattro vertici (piano dell'elemento).

Al fine di rendere il quadrilatero internamente isostatico è sufficiente introdurre un solo link non lineare il cui legame costitutivo deve essere in grado di simulare la risposta del concio di muratura rappresentato dall'elemento. La legge costitutiva del link non lineare dipende dal particolare criterio di crisi adottato. In questo paragrafo si assume un legame costitutivo della muratura elasto-plastico non incrudente e pertanto caratterizzato dai parametri già elencati nei paragrafi precedenti.

La calibrazione del link diagonale in campo lineare viene effettuata assumendo che la deformabilità dell'elemento nel proprio piano sia assimilabile alla risposta di una lastra omogenea a spessore variabile di materiale elastico lineare isotropo avente la geometria dell'elemento e vincolata a deformarsi in accordo al campo di spostamenti imposto dal quadrilatero articolato, che risulta governato da un unico parametro lagrangiano.



Figure 14. Equivalenza tra il modello continuo e il modello discreto.

L'equivalenza tra il modello continuo e quello discreto, a parità di forze esterne applicate, può essere imposta sulla base di un criterio di equivalenza energetica (imponendo l'uguaglianza delle energie di deformazione nei modelli discreto e continuo), o di un criterio di equivalente degli spostamenti (imponendo l'uguaglianza degli spostamenti): entrambi questi criteri conducono alla medesima calibrazione del link (Cannizzaro, 2010).

Per quanto concerne il comportamento non lineare, si farà riferimento ad un legame elastico perfettamente plastico a deformazione limitata sia a trazione che a compressione.

I limiti di resistenza elastica del link diagonale sono determinati individuando il livello di distorsione in corrispondenza del quale il primo punto interno alla lastra raggiunge una tensione principale di trazione pari alla resistenza a trazione del materiale.

Lo stato tensionale, in ciascun punto e per ciascun passo dell'analisi, è determinato sovrapponendo allo stato tensionale indotto dallo stato deformativo nel piano della lastra (controllato dalla variazione d'angolo al primo vertice), lo stato di tensione flesso-membranale valutabile dagli sforzi nei links ortogonali d'interfaccia quali sforzi rappresentativi nelle fibre corrispondenti. Attraverso tale procedura, semplificata ma coerente con la modellazione adottata, si considera l'effetto dell'azione di confinamento nella valutazione della condizione di prima fessurazione dell'elemento.

7 VALIDAZIONE DEL MODELLO NUMERICO-SPERIMENTALE

L'approccio di modellazione per macro-elementi presentato nel lavoro si propone l'ambizioso obiettivo di rappresentare un'alternativa agli elementi finiti nonlineari per la simulazione della risposta alle azioni sismiche degli edifici storici a carattere monumentale.



Figure 15. Schema geometrico della prova sperimentale simulata (Creazza et al., 2002).

Per esigenze di brevità si riporta nel seguito soltanto un confronto relativo ad una prova sperimentale eseguita su una volta a crociera nel 1999. I risultati di questa sperimentazione sono stati pubblicati da Faccio e Foraboschi, 2000 e sono successivamente stati oggetto di ulteriori studi. In particolare sono stati riprodotti utilizzando il metodo degli elementi finiti non lineari da Creazza et al. (2002) e, più recentemente, utilizzando un approccio originale di analisi limite da Milani et al. (2008).

Lo schema della prova è quello riportato in figura 15 e prevede l'applicazione di una forza verticale distribuita su un'area limitata, in posizione non centrata. La volta è rinforzata mediante due archi diagonali e i quattro archi perimetrali in corrispondenza delle unghie.

In figura 16 è riportata un'immagine della volta strumentata, in cui sono evidenti anche le nervature della volta.



Figure 16. Prova sperimantale (Faccio e Foraboschi., 2000).

Le caratteristiche dei materiali (omogeneizzati), che sono stati adottati nella simulazione della prova sono le stesse utilizzate da da Creazza et al. (2002), a cui si rimanda per i dettagli.

Il modello messo a punto nell'ambito di questa validazione, figura 17 tiene conto di tutti gli aspetti che sono stati citati.



Figure 17. Modello numerico della volta a crociera in cui è evidenziata la discretizzazione per macro-elementi adottata.

In particolare è stata posta attenzione alla presenza delle nervature, e all'ampiezza dell'impronta del carico. Tali dettagli sono apparsi decisivi nella simulazione del corretto comportamento riscontrato sperimentalmente. Il modello è caratterizzato da 433 elementi quadrangolari e 64 triangolari, cui corrisponde un numero complessivo di gradi di libertà pari a 3415.



Figure 18. Confronto in termini di curve carico-spostamento.

Il confronto tra la modellazione proposta e i risultati disponibili, come evidenziato dalla figura 18, appare ottimo sia in termini di forza ultima, che di curva di risposta, per ciascuno dei tre punti di controllo considerati.

REFERENCES

- Augenti N. "Il calcolo sismico degli edifici in muratura" (Seismic design of masonry buildings). UTET Libreria, Torino, Italy, 2004.
- Braga, F., Liberatore, D., 1990 "A finite element for the analysis of the response of masonty buildings", Proc. Of the 5th North American Masonry Conference, Urbana, pp.201-212.
- Brencich, A., Lagomarsino, S., 1997, "Un modello a macroelementi per l'analisi ciclica di pareti murarie". Atti 8° convegno nazionale ANIDIS, Taormina, 21-24 Settembre.
- Caliò, I., Marletta, M., Pantò, B., 2004, "Un semplice macro-elemento per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura", XI Convegno ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia", Genova, 25-29 Gennaio.
- Caliò, I., Marletta, M., and Pantò, B., 2005. "A simplified model for the evaluation of the seismic behaviour of masonry buildings," in Proc. of *Tenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing,* August 30 – September 2, Rome, Italy.
- Caliò, I., Marletta, M., and Pantò, B., 2008. "A discrete element approach for the evaluation of the seismic response of masonry buildings," in Proc. of *14th World Conference of Earthquake*, October 12 -17, Beijing, China.
- Caliò, I., Cannizzaro, F., D'Amore, E., Marletta, M., Pantò, B., 2008 "Un Nuovo approccio ai Macro-Elementi per la stima della resistenza sismica di edifici in struttura mista muratura - calcestruzzo armato: applicazioni ad un caso di studio", in: Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in cemento armato, a cura di E. Cosenza, G. Manfredi, G. Monti. Edito da Polimetrica (International Scientific Publisher). ISBN 978-88-7699-130-1.
- Cannizzaro, F., 2010. "Un Nuovo Approccio di Modellazione della Risposta Sismica degli Edifici Storici" Università di Catania, Tesi di Dottorato in Ingegneria delle Strutture – Ciclo XXIII.
- Creazza, G., Matteazzi, R., Saetta, A., Vitaliani, R., 2002, "Analy-ses of Masonry Vaults: A Macro Approach Based on Three-Dimensional Damage Model", Journal of Structural Engineering, DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:5(646).
- D'Asdia, P., Viskovic, A., 1996, "Analisi tridimensionale della resistenza di edifici in muratura, storici o recenti, soggetti ad azioni orizzontali di tipo sismico". Convegno nazionale "La meccanica delle murature tra teoria e progetto", Messina.
- Faccio, P., Foraboschi, P., 2000, "Volte a crociera", L'Edilizia, 7/8, 48-51.
- Magenes, G., Calvi, G.M., 1996, "Prospettive per la calibrazione di metodi semplificati per l'analisi sismica di pareti murarie", Convegno nazionale"La meccanica delle murature tra teoria e progetto", Messina, 18-20 Settembre.
- Milani, E., Milani, G., Tralli, A., 2008, "Limit analysis of masonry vaults by means of curved shell finite elements and homogenization", International Journal of Solids and Structures 45, 5258-5288.